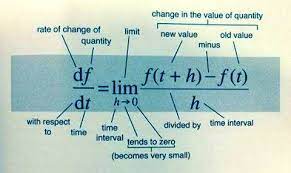
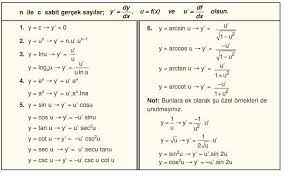


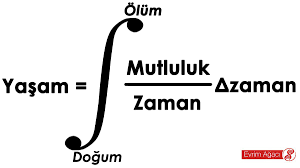
 Türev ve integral, matematiğin en önemli konseptlerinden ikisidir. Günümüzde okullarda (liselerde) bu ikili çok yüzeysel bir şekilde ve çoğunlukla tamamen ezbere dayalı olarak anlatılmaktadır. Özellikle de bu kavramların ne anlama geldiği öğrenciye anlatılmadan, sadece nasıl çözüleceği üzerinden anlatım yapılmaktadır. Örneğin türev için "sayının üssünü katsayı olarak önüne al ve üssü 1 azalt" denmekte, integrali anlatmak içinse "üssü 1 arttırıp, aynı sayıyı payda olarak sayının altına yaz" gibi kalıp halinde ve algılamanın imkânsız olduğu bir biçimde anlatılmaktadır.



Türev, bir şeyin bir diğer şeye göre değişim miktardır. Yani türev, "değişim"i ölçmek için kullanılır. Genellikle türevi bir şeyin zaman geçtikçe ne kadar değiştiğini hesaplamak veya ifade etmek için kullanırız. Bunu az sonra örneklendireceğiz.

 İntegral ise, belli bir aralıktaki toplam değişimi, ya da "biriken değişim miktarını" ifade etmek için kullanılır. Türev ve integrali anlamak için, integrali çözme yöntemleri bir kenara bırakılarak, hayattan örneklere bakılabilir.

Örneğin tavanınız akıtıyorsa ve etrafı su götürmemesi için akıtan noktanın hizasına büyük bir kova koyduysanız, kova içerisindeki su damla damla birikecektir. Birim zamanda (örneğin saatte 1 veya günde 1) kovadaki suyun hacmindeki değişim miktarı türev ile hesaplanır. Çok basit tabiriyle, hacim miktarındaki değişimin, zamandaki değişime oranı türevdir! Zamanı saatle ölçersiniz, dersiniz ki 8 saat geçmiş, buna 8 birim zaman diyelim. Kovaya bakarsınız, boşken 8 litre dolmuş. Kovadaki bu hacim değişiminin, zamandaki değişime oranı türevdir!

**** Tabii ki bu hesabın bu şekilde kolayca anlaşılabilmesi için, tavanın düzenli olarak akıttığı varsayılmalıdır. Eğer ki tavan bir hızlı, bir yavaş (ya da genel olarak, değişen hızlarda) akıtıyorsa, o zaman çeşitli yöntemlerle bu akıtma davranışı matematiksel olarak tanımlanmalı ve ondan sonra belirli bir zamandaki değişim hesaplanmalıdır. Fakat sonuç değişmez: Eğer değişen şey her neyse, onun değişim biçimini ifade eden matematiksel bir formülünüz varsa, bunun zamana göre türevi, o şeyin zaman içinde nasıl değiştiğini ifade eder. Bu kadar basit! İşte tavanın akıtma hızını matematiksel olarak ifade eden formül her neyse, o formülün zamana göre "türevini almak", birim zamandaki değişim miktarını bulmanızı sağlar. Eğer ki tavan her saniye 1 damla akıtıyorsa, bu davranış V=tV=t*V*=*t* formülüyle temsil edilebilir. Neden? Çünkü t, yani zaman her 1 birim (örneğin 1 saniye) arttığında, hacim de 1 birim (örneğin 1 damla) artacaktır. 10 saniye sonra, kovada 10 damla su bulunacaktır.

Peki ya değişim? Türevini alalım: y=ty=t*y*=*t* formülünün t'ye göre türevi 1'dir. Bu işlemin nasıl yapıldığına dair de birçok anlatım yapılabilir; ancak lisede öğrendiğiniz düz mantıkla, bir formülün türevinin nasıl alındığını bildiğinizi varsayıyoruz. Yani y=ty=t*y*=*t* formülünde, y'nin t'ye göre türevi, t'nin herhangi bir üssü olmadığı için, doğrudan önündeki katsayıya eşittir. . Bu da 1'dir.

Bir formülün türevinin nasıl alındığını şimdilik boşverin. Sonuca odaklanın. Her saniye 1 damla akıyorsa, değişimin miktarının (türevin sonucunun) 1 olması mantıklı, öyle değil mi? Çünkü her saniye hacmin 1 damla arttığını zaten söylemiştik. Dolayısıyla türevin "1 damla" sonucunu vermesi çok normal. Çünkü türev, değişimdir!

**Türev Ne İşe Yarar?**  
  
Türev özellikle matematik üzerinde problem çözme konusunda önemli bir yere sahiptir. Genel olarak ise karşılaştırma yapmak suretiyle, değişim üzerinden belirli bir durumun miktarını inceleme imkanı elde edilir. Aynı zamanda değişim ve ölçmek anlamlarına sahip olduğu için, fizik ile matematik kapsamında birçok unsurun da ölçümü konusunda önemli bir potansiyele sahiptir.

**Türevin Özellikleri Nelerdir?**  
  
 Farklı özellikleri ile beraber türev matematik problemi noktasında ön plana çıkar.  
  
- Bir şeyin başka bir şeye değişim miktarı üzerinden ölçme imkanı tanır.  
- Zamana bağlı olarak değişimi ne kadar miktar bazında gerçekleştiğini gösterir.  
- Matematiğin içindeki trigonometri ve integral ile birçok farklı alanda kullanılabilir.

**Türev Alma Kuralları**

1. **Sabit Fonksiyonun Türevi**

Sabit fonksiyonların türevi 0’dır.

Yani; f(x)=c ve c ϵ R için f'(x)=0 olur.

Örnek:  
f(x)=27 olsun. Bu durumda sabit fonksiyon olduğu için her noktasındaki türevi 0’dır.  
f'(x)=0 yazılır.

1. **Üslü Fonksiyonların Türevi**

NϵR olmak üzere f(x)= xn ise f'(x)= n.xn-1 yazılır. Yani üslü fonksiyonlarda türev alırken terimin kuvveti, terimin başına katsayı olarak gelir ve terimin kuvveti 1 azaltılır.

Eğer fonksiyonumuz katsayılı olarak verilirse de çözmek çok kolay. cϵR bir sabit sayı olmak üzere fonksiyon c.f(x) şeklinde verildiğinde fonksiyonun türevi c.f’(x) olur. Aşağıdaki örneği inceleyerek pekiştirelim.

1. **İki Fonsksiyonun Toplamının Türevi**

[f(x) + g(x)]’ = f’(x) + g’(x) şeklindedir. f ve g fonksiyonları x noktasında türevli 2 fonksiyon olmak üzere, f + g fonksiyonu da x noktasında türevlidir.

İki fonksiyonun farkının türevi alınırken de verilen fonksiyonların ayrı ayrı türevleri alınır ve çıkarma işlemi uygulanır.

1. **İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi**

f(x) ve g(x), x noktasında türevli iki fonksiyon olmak üzere;

[f(x) . g(x)]’ = f’(x) . g(x) + f(x) . g’(x) şeklinde yazılır. Ve bu elde ettiğimiz çarpım fonksiyonu da x noktasında türevlidir denir.

1. **İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi**

f ve g, x noktasında türevli olan iki fonksiyon ve g(x) ≠0 olmak üzere,

f(x)/g(x) fonksiyonu da x noktasında türevlenebilirdir. Bu iki fonksiyonun bölüm türevi aşağıdaki formül ile bulunur:

1. **Köklü Fonksiyonların Türevi**

Köklü şekilde verilen fonksiyonları çözmenin yolu bu fonksiyonları üslü halde yazmaktır.

1. **Mutlak Değer Fonksiyonunun Türevi**

f: A → R bir fonksiyon, y=f(x)

aϵ A ve f(a) ≠ 0 olmak üzere

                     -f(x),   f(a)<0 ise

y = f(x) =

                     f(x),   f(a)>0 ise

f(a)=0 ise fonksiyonun bu noktada türevi olabilir de olmayabilir de. Bunu öğrenmek için fonksiyonun sağdan ve soldan türevine bakmamız gerekir. Fonksiyonun sağdan ve soldan türevleri eşit ise fonksiyon bu noktada türevlidir. Eşit değilse ise fonksiyonun bu noktada türevi yoktur den

1. **Bileşke Fonksiyonlarının Türevi**

y = f(x) = (hog)(x) ise,

y’ = f’(x) =h’(g(x)) . g’(x) olur. Burada önemli nokta ‘’için türevi’’ ni yani g’(x)i unutmamaktır.

1. **Zincir Kuralı**

* y, u değişkenine bağlı
* u, v değişkenine bağlı,
* v, x değişkenine bağlı türevlenebilen fonksiyonlardır.
* y=f(u), u=g(v), v=h(x) olmak üzere;

1. **Ters Fonksiyonun Türevi**
2. **Logaritmik Fonksiyonların Türevi**
3. **Üstel Fonksiyonların Türevi**

**HAZIRLAYANLAR:**

**NESLİHAN ÇAVDAR**

**MURAT CANPOLAT**